

# Gestione delle scorte

- modello stocastico -



**Prof. Riccardo Melloni**  
riccardo.melloni@unimore.it

**Università di Modena and Reggio Emilia**  
Dipartimento di Ingegneria "Enzo Ferrari"  
via Vignolese 905, 41100, Modena - Italia

**Gruppo di Ricerca: "Impianti Industriali"**

059-2056113

**Ing. Giovanni Davoli**  
**Ing. Andrea Govoni**  
**Ing. Sergio A. Gallo.**

# Lotto Economico di Riordino Deterministico [Economic Order Quantity (EOQ)]

**Il lotto economico (EOQ) è la quantità di riordino che riduce al minimo il costo totale di mantenimento e di riordino delle scorte.**

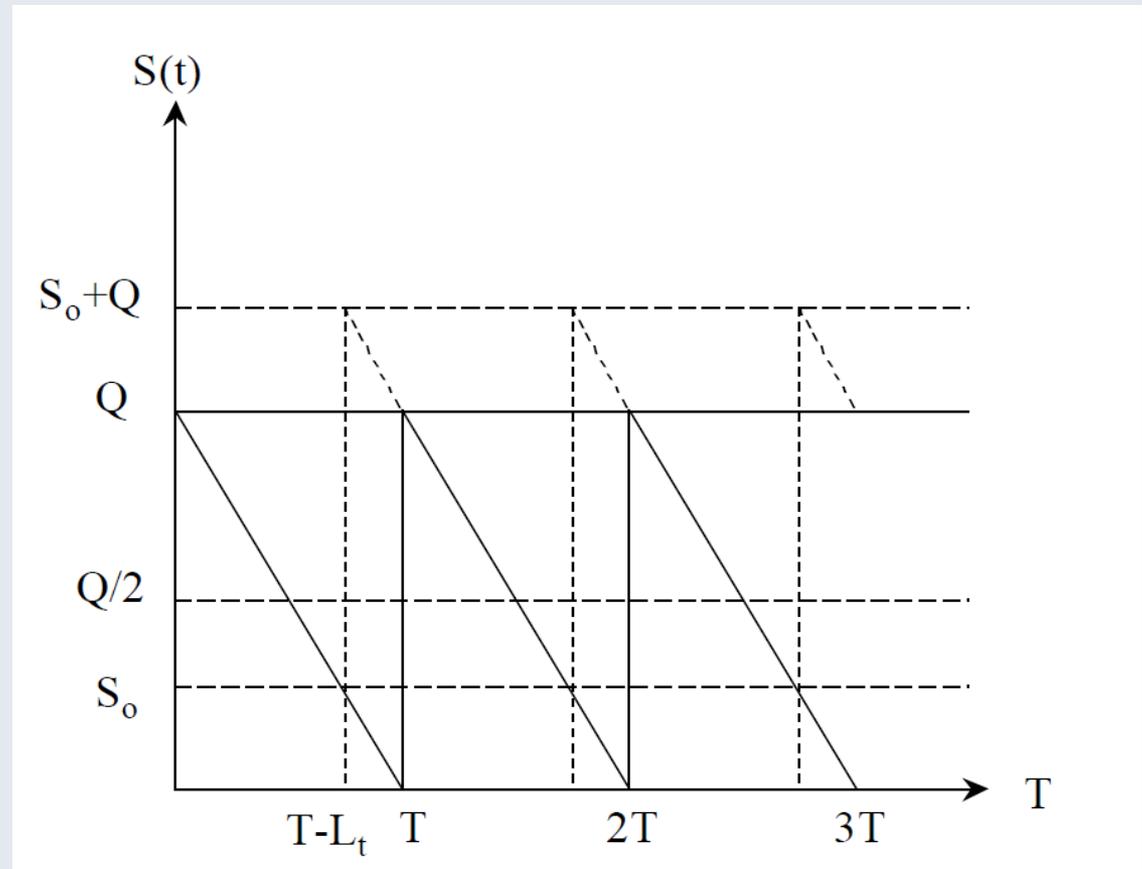
## **Caso di domanda nota e costante nel tempo, l'ipotesi alla base del modello:**

- Costo di acquisto unitario noto e costante nel tempo, non influenzato dalla quantità acquistata ( $c_a$ ).
- E' possibile acquistare qualsiasi quantità, anche non intera.
- La **domanda è nota e costante nel tempo** ( $D$ ).
- Il **lead time di approvvigionamento è noto e costante nel tempo** ( $L_t$ )
- I **costi di immagazzinaggio sono proporzionali al valore della merce** ( $c_s$  = costo di un euro messa a scorta per unità di tempo).
- Il **costo di ordinazione è costante**  $c_o$ .
- Non sono ammesse rotture di stock.

# Lotto Economico di Riordino Deterministico [Economic Order Quantity (EOQ)]

## Nelle ipotesi di domanda e lead time costanti:

- andamento temporale di:  
scorte in mano ( \_\_\_\_\_ )  
scorte disponibili ( - - - - - )



# Lotto Economico di Riordino Stocastico

## [Stochastic Economic Order Quantity (EOQ)]

### Nel caso stocastico le ipotesi alla base del modello sono:

- Costo di acquisto unitario noto e costante nel tempo, non influenzato dalla quantità acquistata ( $c_a$ ).
- E' possibile acquistare qualsiasi quantità, anche non intera.
- La **domanda è distribuita normalmente** ( $D_m$  e  $\sigma_d$ ).
- Il **lead time di approvvigionamento è distribuito normalmente** ( $Lt_m$  e  $\sigma_{Lt}$ ).
- I costi di immagazzinaggio sono proporzionali al valore della merce ( $c_s$  = costo di un euro messa a scorta per unità di tempo).
- Il costo di ordinazione è costante  $c_o$ .
- Non sono ammesse rotture di stock.

# Lotto Economico di Riordino Stocastico

## [Economic Order Quantity (EOQ)]

**Le formule rimangono le stesse del modello EOQ deterministico dove al posto di D e Lt utilizzo  $D_m$  e  $L_{t_m}$**

Detta Q la generica quantità da ordinare, la funzione costo totale assume la forma.

$$c_t = c_a D + c_o \frac{D}{Q} + c_s c_a \frac{Q}{2}$$

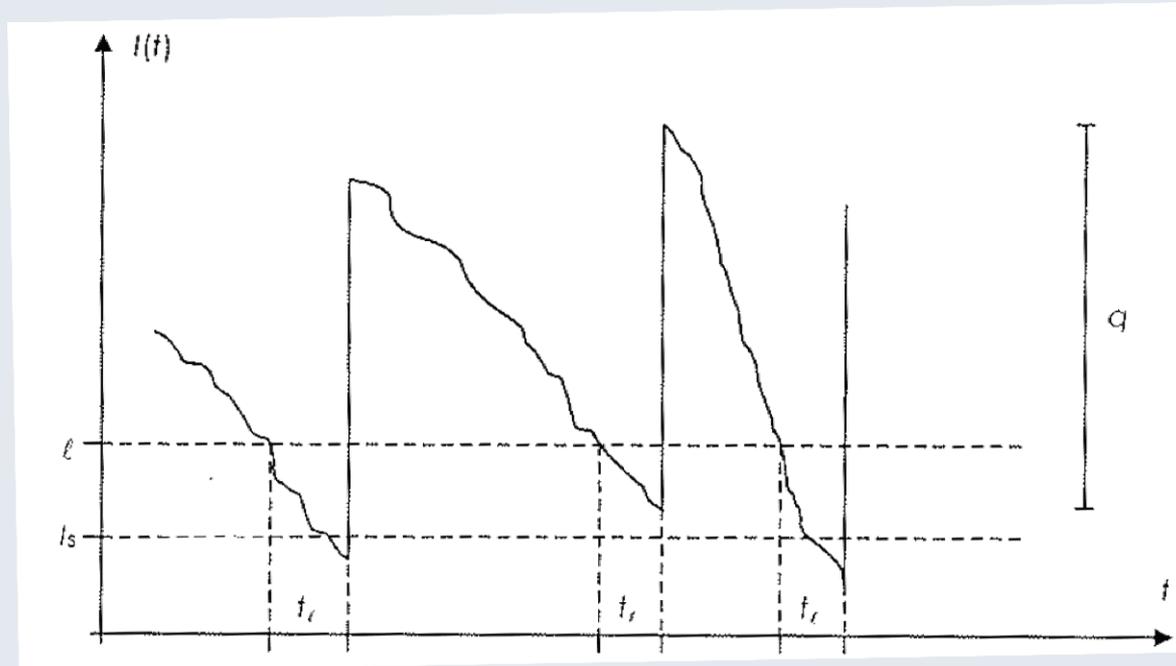
Minimizzando la funzione costo totale rispetto a Q si ottiene il lotto economico di riordino.

$$Q_{\text{ott}} = \sqrt{\frac{2Dc_o}{c_s c_a}}$$

$$B = \frac{D \cdot L_t}{N}$$

Per garantire che non vi siano rotture di stock, nelle ipotesi formulate, risulta che il punto o livello di riordino deve essere tale da far fronte alla domanda nel lead time

# Lotto Economico di Riordino Stocastico [Economic Order Quantity (EOQ)]



Tenendo conto **dell'aleatorietà di domanda e lead time**, nasce l'esigenza di considerare un livello inventariale che faccia fronte ad eventuali picchi di richiesta o attesa, garantendo un certo livello di protezione contro lo stockout.

E' necessaria una **quantità inventariale aggiuntiva detta scorte di sicurezza o safety stock**, che mediamente resterà a magazzino per tutto l'orizzonte di programmazione.

# Livello di Servizio

Il metodo probabilistico per il calcolo delle scorte di sicurezza prevede innanzitutto di fissare il livello di servizio desiderato, ovvero la probabilità di non avere rottura di stock in un certo periodo. Essendo  $f(x)$  la funzione densità di probabilità relativa alla domanda attesa in un determinato periodo di tempo, il livello di servizio  $L_s$  si può esprimere come:

$$L_s = \int_0^{S_0} f(x) dx$$

il valore **di  $L_s$  e sempre compreso tra 0 e 1 e rappresenta la probabilità che la domanda nel periodo di riferimento non superi il valore  $S_0$ .**

Le ipotesi su cui si basa il metodo sono le seguenti:

- 1. La distribuzione di probabilità della domanda di ogni periodo e modellabile con una distribuzione normale;
- 2. Si possono ritenere indipendenti tra loro le domande in periodi diversi.

# Distribuzione «Normale»

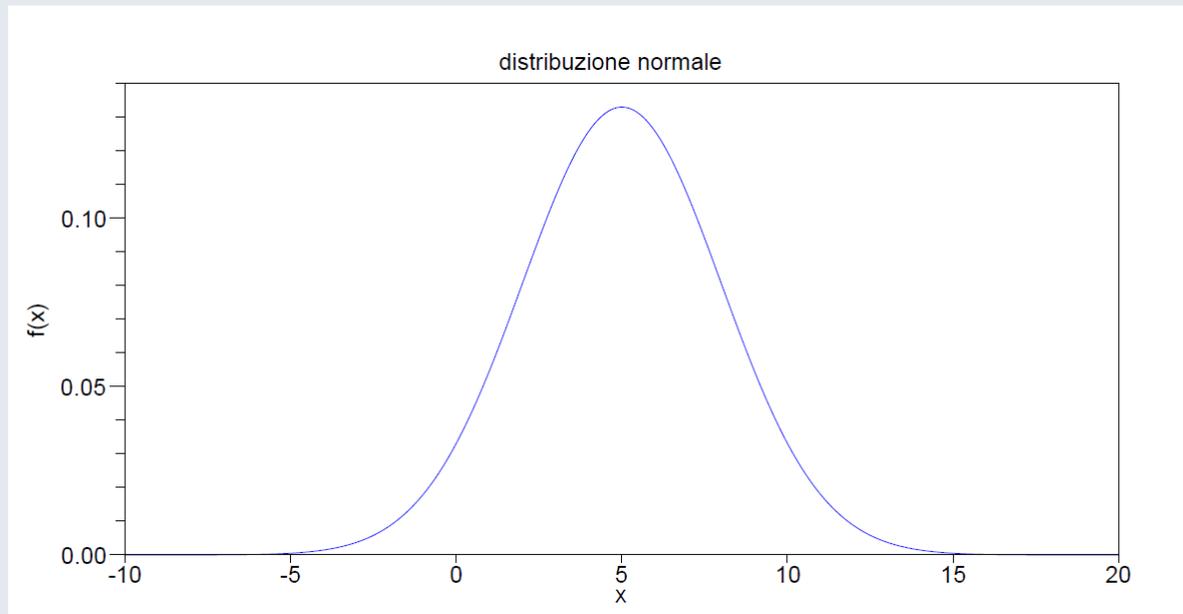


Grafico della funzione  $f(x)$  densità di probabilità di una variabile distribuita «Normalmente» con media  $X_m = 5$  e  $\sigma = 3$

Le ipotesi prevedono che sia i valori della Domanda che i valori del Lead Time siano distribuiti secondo una distribuzione «Normale» e quindi rappresentabili tramite media e deviazione standard.

***Nota: media e deviazione standard li posso calcolare in ogni caso quindi di per se non garantiscono che l'ipotesi di distribuzione normale sia verificata.***

# Domanda «normale»

Riguardo a quale sia la **finestra temporale** entro cui:

- Verificare l'effettiva «normalità» della domanda;
- Calcolare media e deviazione standard della domanda;

occorre considerare il **periodo di tempo di impossibilità di controllo delle scorte**, perché è in tale periodo che si definisce la domanda come una funzione di densità di probabilità, ha interesse la sua variabilità e si genera il pericolo di sotto scorta.

Nel **modello EOQ si fa riferimento all'arco temporale del lead time di riordino**.

- Fino all'emissione dell'ordine di approvvigionamento di EOQ, infatti, la giacenza  $Q$  è nota, dato che i modelli a quantità fissa presuppongono un controllo inventariale continuo;
- Si assume quindi la durata media del lead time,  $Lt$ , come periodo di riferimento.

Per verificare la «normalità» della **Domanda la stessa deve quindi essere riaggregata su base temporale pari al Lead Time**

# Domanda «normale» nel periodo $L_t$

Note media  $\mu$  e deviazione standard  $\sigma$  della domanda in un periodo di durata  $T$  qualsiasi (calcolabili sulla base dello storico), se le due ipotesi:

- 1. La distribuzione di probabilità della domanda di ogni periodo è modellabile con una distribuzione normale;
- 2. Si possono ritenere indipendenti tra loro le domande in periodi diversi.

E' possibile ricavare le espressioni per  $D_{med}$  e  $\sigma_d$ , rispettivamente la media e la deviazione standard della domanda nel periodo  $L_t$  con le espressioni:

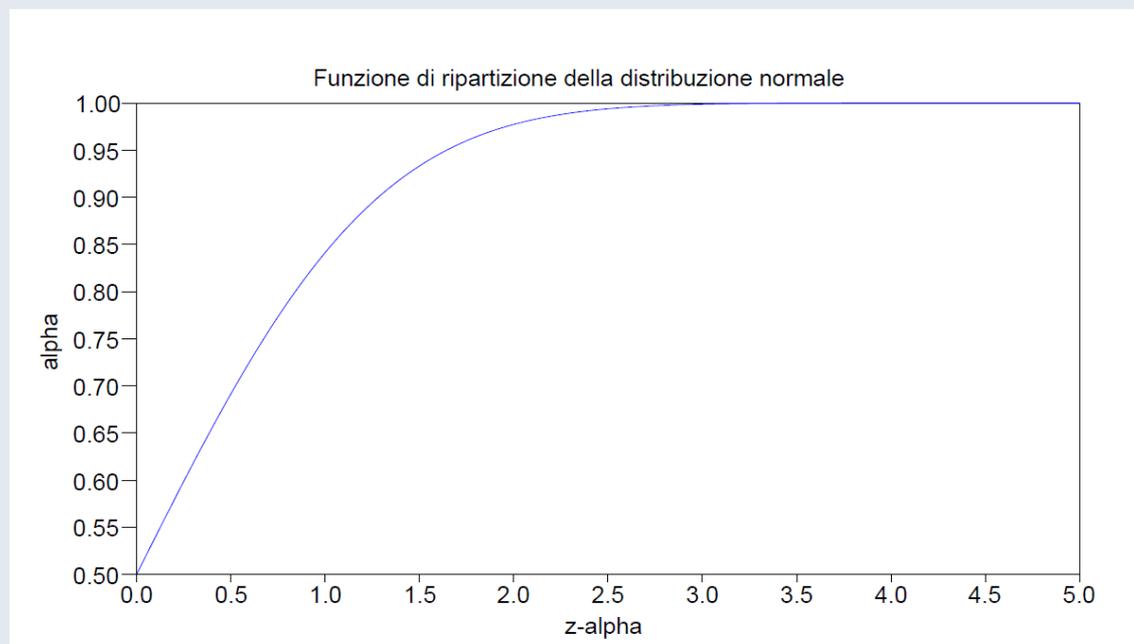
$$D_{med} = \mu \frac{L_t}{T}$$

$$\sigma_d = \sigma \sqrt{\frac{L_t}{T}}$$

# Scorte di sicurezza

Fissando un livello di servizio  $\alpha$  e trovando il valore della funzione normale standardizzata corrispondente  $z_\alpha$  (che rappresenta il numero di deviazioni standard prese in considerazione per il calcolo delle safety stock), si ottiene l'espressione per le scorte di sicurezza SS.

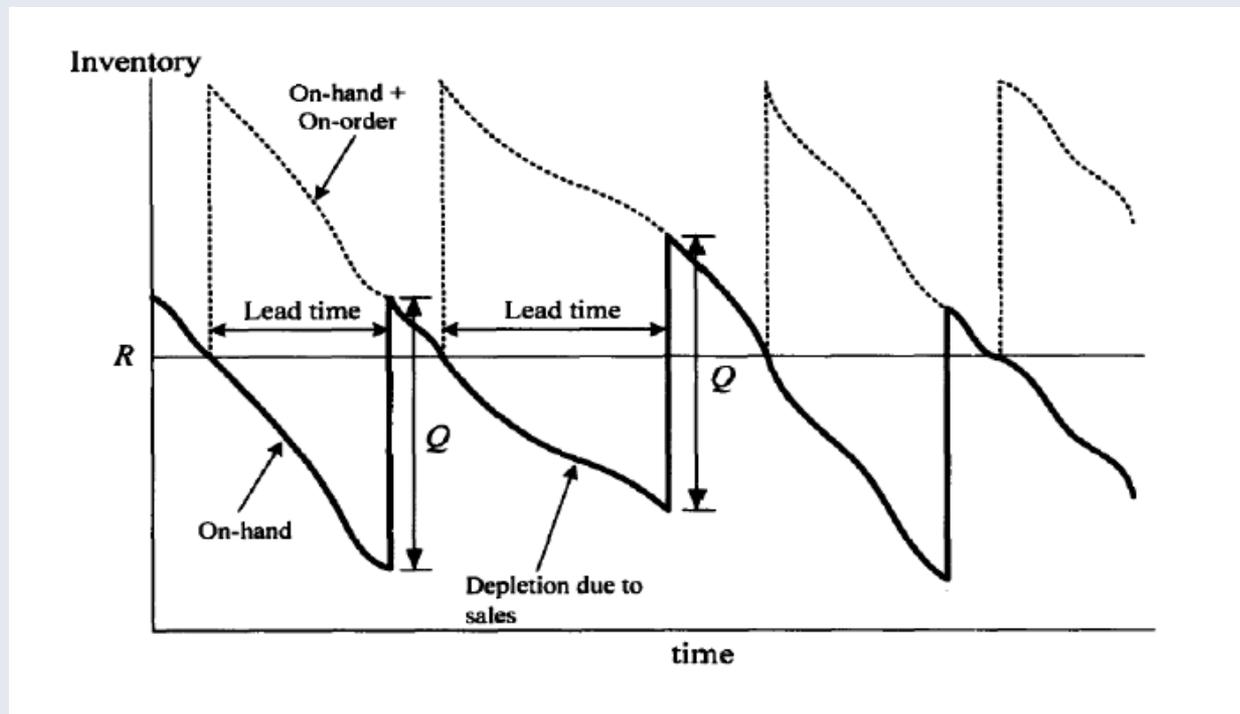
$$SS = z_\alpha \sqrt{Lt_{med}\sigma_d^2 + D_{med}^2\sigma_{Lt}^2}$$



# Punto di riordino

Nel caso generale di domanda  $D$  e lead time  $Lt$  entrambi stocastici l'espressione del punto di riordino risulta:

$$B = D_{med}Lt_{med} + SS$$



# NOTE

**Scorte di Sicurezza:** nella pratica vengono sempre utilizzate per proteggersi dagli imprevisti sia ce si decida di implementare il modello EOQ nella versione deterministica sia il modello EOQ in versione stocastica.

- **Le SS utilizzate in pratica nel caso di EOQ deterministico** sono sostanzialmente arbitrarie e valutate in base all'esperienza ed alla consuetudine e devono far fronte sia alla reale aleatorietà della domanda sia ad ulteriori imprevisti (scioperi, difficoltà nei trasporti, ecc).
- **Le SS utilizzate in pratica nel caso di EOQ stocastico** sono il frutto della somma delle SS calcolate con la formula del modello (tengono conto dell'aleatorietà della domanda) e delle SS aggiuntive necessarie per far fronte ad eventuali imprevisti (scioperi, difficoltà nei trasporti, ecc).

**«Normalità» della domanda:** per poter applicare con successo il modello EOQ stocastico è necessario verificare la «Normalità» della domanda riaggregata su un periodo T pari al Lead Time. Ciò comporta di avere a disposizione uno storico della domanda riaggregata con periodo uguale o inferiore al Lead time stesso.

**Livello di Servizio:** il modello EOQ stocastico determina le SS in base alla definizione di Livello di Servizio presentata (probabilità che la domanda durante il Lead Time superi le SS). Nella pratica non è questa l'unica definizione di «Livello di Servizio»