

MODELLI DETERMINISTICI PER SISTEMI A DOMANDA INDIPENDENTE

SISTEMI AD ORDINE FISSO:

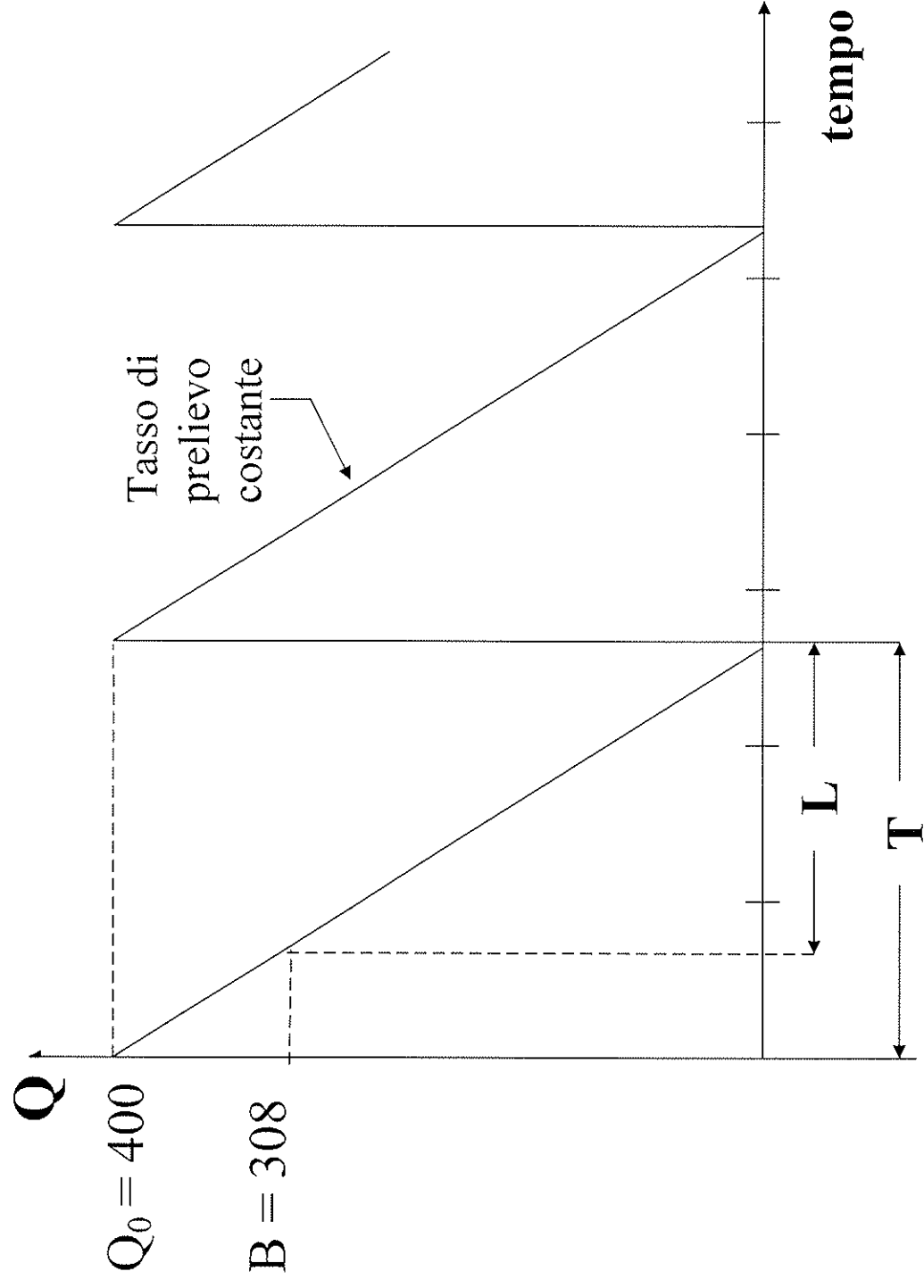
- *Lotto economico di riordino (Economic Order Quantity) per articolo singolo;*
- *Sconto quantità per tutte le unità;*
- *Sconto quantità incrementale;*
- *Sconto speciale per periodo definito;*
- *Backordering;*
- *Aumento di prezzo previsto*

ESERCIZIO 1: (Lotto economico di riordino)

La Williams Manufacturing Company acquista da mettere a scorta 8000 unità di un prodotto all'anno, ad un costo unitario di 10 €/pz.

Il costo di ordinazione unitario è di 30 €/ordine e il costo di stoccaggio per unità è di 3 €/pz. Determinare:

1. Il lotto economico di riordino,
2. I costi totali annui,
3. Il numero di ordini annui,
4. Il punto di riordino con un lead time (L) di 2 settimane.



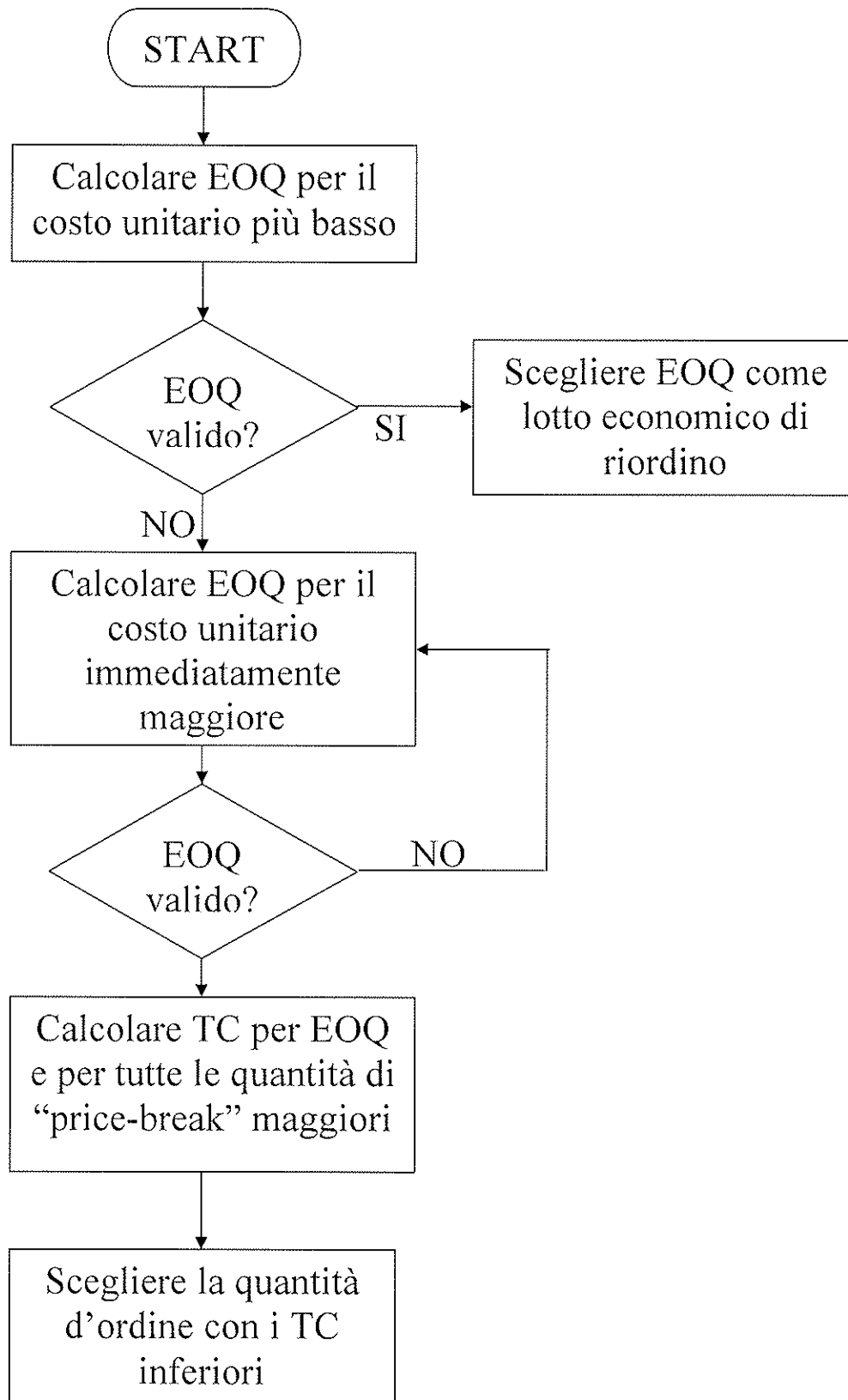
Andamento delle scorte, lotto economico di riordino e punto di riordino

ESERCIZIO 2: (Sconto quantità su tutte le unità)

La Smith Company acquista da mettere a scorta 8000 unità di un prodotto all'anno; il fornitore offre il prodotto ad un costo unitario di 10€/pz per ordini fino a 500 pezzi, 9€/pz per ordini superiori a 500 pezzi.

Considerando un costo d'ordine di 30€/ordine e un costo di stoccaggio pari al 30% de costo d'acquisto per unità all'anno, determinare il lotto economico di riordino.

Diagramma di flusso per sconto quantità su tutte le unità:



ESERCIZIO 3: (Sconto quantità incrementale)

La domanda annuale di un prodotto è di 4800 unità, il costo d'ordine è di 40€ per ordine e il costo di stoccaggio è il 25% del costo d'acquisto per unità all'anno. Qual è la quantità ottimale per il riordino se il pezzo d'acquisto dipende dalla quantità ordinata come indicato da tabella:

<i>Lotto d'ordine</i>	<i>Prezzo d'acquisto unitario €/pz</i>
< 400	10
400 ÷ 1199	9
1200 ÷ 4799	8,50
> 4799	8

Si calcola EOQ per ogni livello di prezzo:

$$Q_{0i} = \sqrt{\frac{2R\left[C + \sum_{z=1}^i (U_z - 1)(P_{z-1} - P_z)\right]}{P_i F}}$$

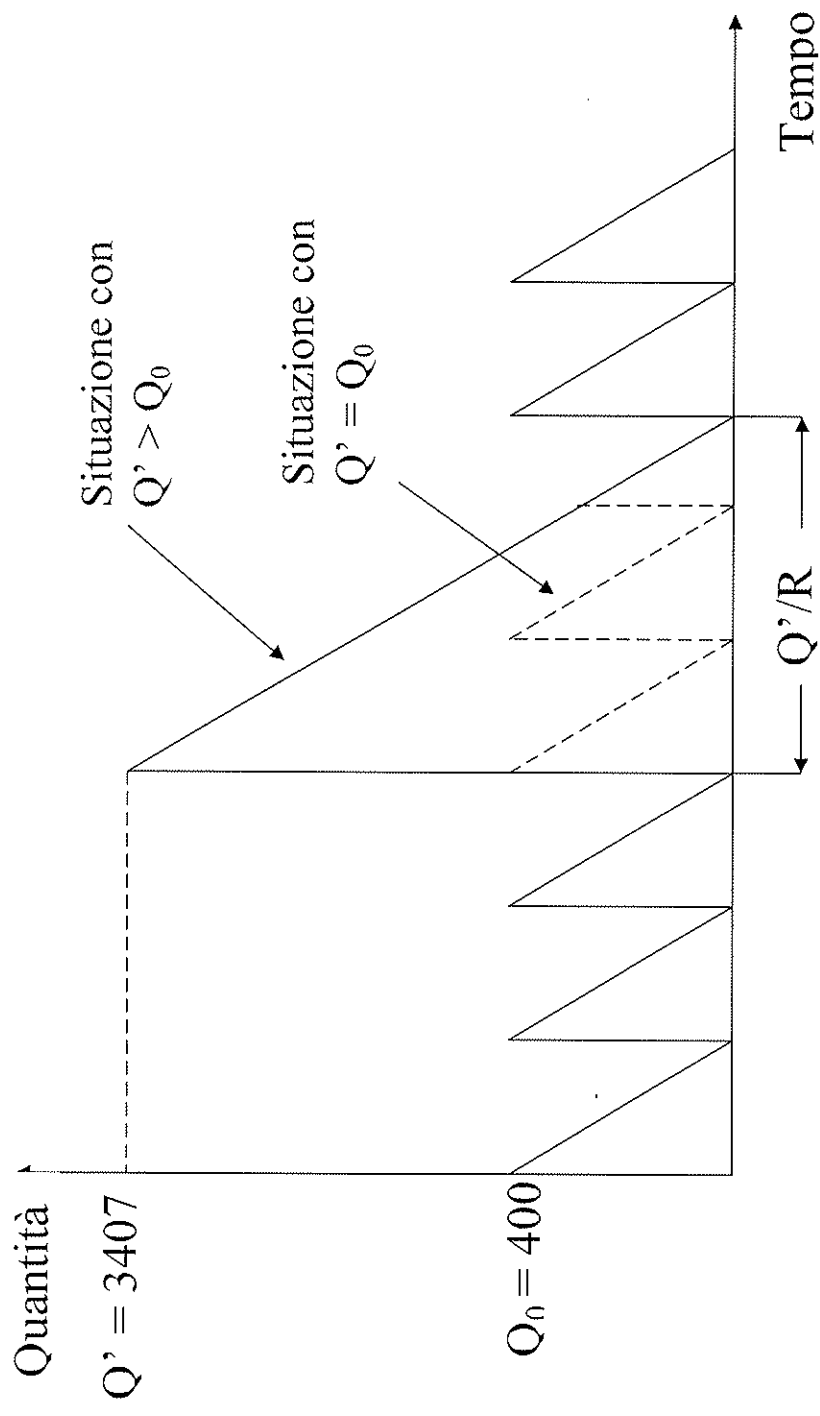
i	P _i (€)	U _i	$\sum_{z=1}^i (U_z - 1)(P_{z-1} - P_z)$
0	10	1	0
1	9	400	(400 - 1)(10 - 9) = 399
2	8,5	1200	399 + (1200 - 1)(9 - 8,5) = 998,5
3	8	4800	998,5 + (4800 - 1)(8,5 - 8) = 3398

ESERCIZIO 4: (Sconto speciale per periodo definito)

Con i dati dell'esercizio 1, si consideri uno sconto speciale che riduce momentaneamente il prezzo d'acquisto da 10€/pz a 9€/pz.

Quale quantità è necessario ordinare per trarre il massimo vantaggio dallo sconto?

Si massimizza la differenza dei costi totali con e senza ordine speciale sul periodo $T = Q'/R$.

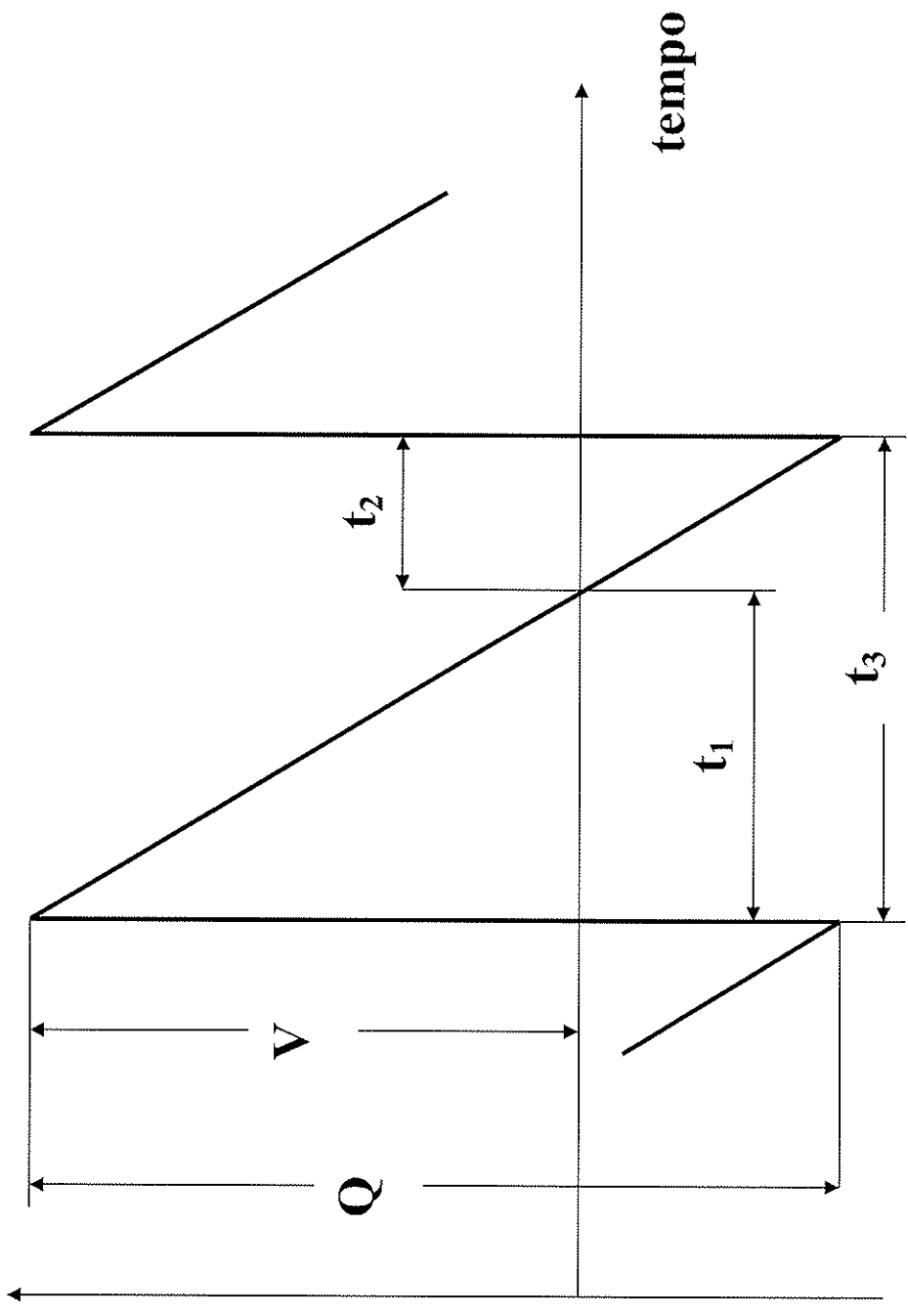


Andamento delle scorte nel caso di ordine con sconto speciale

ESERCIZIO 5: (Backordering)

Con i dati dell'esercizio 1, cosa accade al lotto economico di riordino nell'ipotesi che sia possibile una situazione di backordering con costo di sottoscora K di 1€/pz per anno?

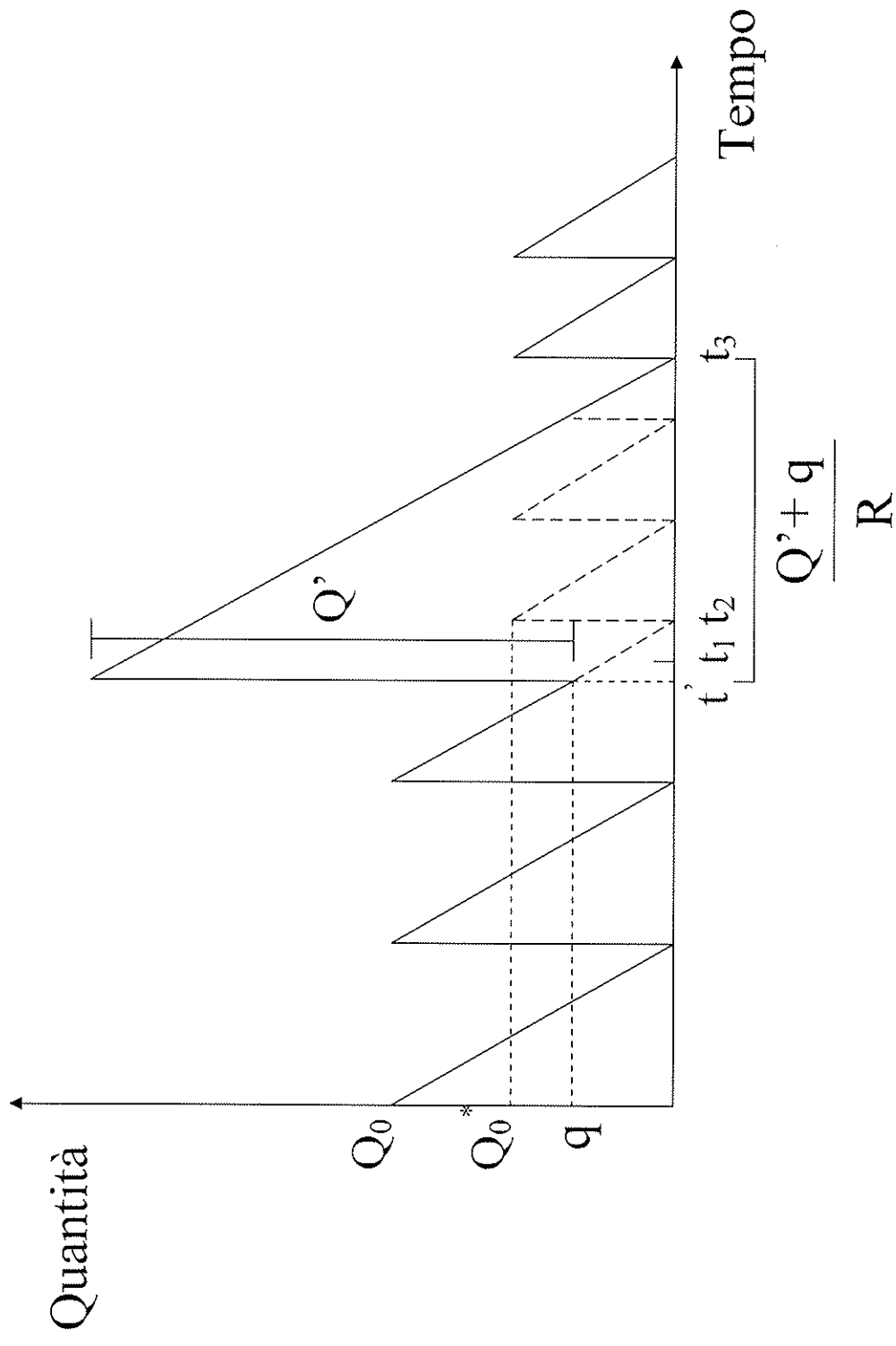
N.B: nella situazione di backordering l'azienda non perde l'ordine in caso si verifichi situazione di sottoscora (i prodotti non sono disponibili per la consegna al cliente) e allo stesso tempo il cliente è disposto ad attendere la merce fino a quando l'azienda non ha ricostituito la scorta.



ESERCIZIO 6: (Aumento di prezzo previsto)

Con i dati dell'esercizio 1, si supponga che il fornitore abbia stabilito un aumento di prezzo da 10€ a 11€ a partire dal 1[^] gennaio. Quale quantità è opportuno acquistare e ricevere il 31 dicembre supposto che in tal data la giacenza a scorta sia di 346 unità? Quale risparmio si potrà ottenere?

La quantità da ordinare si determina massimizzando la differenza di costi totali considerati nel caso si effettui l'ordine speciale (Q') e nel caso si mantenga lo stesso lotto d'ordine che dopo l'aumento di prezzo passa da Q_0 a Q^*_0 .



Esercizio 1:

$p = 10 \text{ €/u}$

$D = 8000 \text{ u/anno}$

$c_0 = 30 \text{ €/ordine}$

$\hat{c}_s = ? \text{ €/€ costo mag}$

$c_s = 3 \text{ €/u costo mag}$

$$T_c = pD + \frac{D}{Q} c_0 + \frac{Q}{2} \hat{c}_s p$$

$$\frac{\partial T_c}{\partial Q} = \frac{\partial}{\partial Q} \left[pD + \frac{D c_0}{Q} + \frac{\hat{c}_s p}{2} Q \right] = 0 + \frac{D c_0}{Q^2} + \frac{\hat{c}_s p}{2}$$

$$\frac{D c_0}{Q^2} = -\frac{\hat{c}_s p}{2} \Rightarrow Q_{\text{ott}} = \sqrt{\frac{2 c_0 D}{\hat{c}_s p}} \quad \hat{c}_s = \frac{c_s}{p} = 0,3 \text{ €/€}$$

$$Q_{\text{ott}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000}{0,3 \cdot 10}} = 400 \text{ unità}$$

$$n_{\text{ott}} = \frac{D}{Q_{\text{ott}}} = \frac{8000}{400} = 20 \text{ ord/anno}$$

$$T_{c,\text{ott}} = 10 \cdot 8000 + 20 \cdot 30 + \frac{400}{2} \cdot 0,3 \cdot 10 = 81200 \text{ €/anno}$$

lead time = 2 settimane

(se faccio un ordine adesso devo aspettare 2 settimane)

LT = lead time settimane

D = u/anno

$$B = \frac{D \cdot LT}{52} = \frac{8000 \cdot 2}{52} = 307,7 \approx 308 \text{ pezzi}$$

B = punto di riordino (u.)

Esercizio 2:

(sconto su tutte le unità)

$D = 8000 \text{ u/anno}$

$c_0 = 30 \text{ €/ordine}$

$U_2 = 500 \text{ u}$

$p_0 = 10 \text{ €/u } Q < 500$

$c_s = 30\% \text{ del costo di acquisto : costo mag}$

$p_1 = 9 \text{ €/u } Q \geq 500$

$\hat{c}_s = 0,3 \text{ €/€ costo di mag.}$

cerco $Q_{\text{ott}} = ?$

$$T_c = pD + \frac{D}{Q} c_0 + \frac{Q}{2} \hat{c}_s p \quad \text{cerco min } T_c$$

$$Q_{\text{ott}} = \sqrt{\frac{2 c_0 D}{\hat{c}_s p}} \rightarrow \begin{cases} Q_{\text{ott}}^0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000}{0,3 \cdot 10}} = 400 & Q < 500 \\ Q_{\text{ott}}^1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000}{0,3 \cdot 9}} = 422 & Q > 500 \Rightarrow Q_{\text{ott}}^1 \text{ non acc!} \end{cases}$$

$$\min T_c = \min \{ T_c(Q_{\text{ott}}^0), T_c(U_2) \} \quad 422$$

$$T_c(Q_{\text{ott}}^0) = T_c(400) = p_0 D + \frac{D}{Q_{\text{ott}}^0} c_0 + \frac{Q_{\text{ott}}^0}{2} \hat{c}_s p_0 = 10 \cdot 8000 + \frac{8000}{400} \cdot 30 + \frac{400}{2} \cdot 0,3 \cdot 10 = 81200 \text{ €/anno}$$

$$T_c(U_2) = T_c(500) = p_1 D + \frac{D}{U_2} c_0 + \frac{U_2}{2} \hat{c}_s p_1 = 9 \cdot 8000 + \frac{8000}{500} \cdot 30 + \frac{500}{2} \cdot 0,3 \cdot 9 = 73155 \text{ €/anno (si)}$$

$$Q_{\text{ott}} = U_2 = 500 \text{ u}$$

• continue Esercizio 3:

ho 2 soluzioni Accettabili calcoli $Q_{off}^0 = 392$ e $Q_{off}^1 = 2166$

$$T_C(392) = p_0 D + \underbrace{\frac{D}{Q} c_0 + \frac{Q}{2} \hat{c}_s}_{\text{sconto}} p_0 = 10 \cdot 4800 + \frac{4800}{392} \cdot 40 + \frac{392}{2} 0,25 \cdot 10 \approx 48.979 \text{ €/un}$$

$$T_C(2166) = \frac{c_0 + M(U_2-1) - P_2(U_2-1)}{Q_2} \cdot D + P_2 D + \frac{\hat{c}_s}{2} \underbrace{\left[M(U_2-1) + P_2 Q_2 - P_2(U_2-1) \right]}_{\text{Prezzo scontato}}$$

$$= \frac{40 + 998,5}{2166} \cdot 4800 + 8,5 \cdot 4800 + \frac{0,25}{2} [998,5 + 8,5 \cdot 2166] \approx 45.527 \text{ €/un}$$

da cui $Q_{off} = 2166$ pezzi

• Esercizio 4: (sconto speciale per periodo definito)

$$Q_{off} = \sqrt{\frac{2 c_0 D}{\hat{c}_s p_0}} \quad p_0 = 10 \text{ €/u} \quad c_0 = 30 \text{ €/ordine}$$

$$= 400 \text{ u/ordine} \quad R = D = 8000 \text{ u/anno} \quad c_s = 3 \text{ €/u} \quad \hat{c}_s = 0,3 \text{ €/€ continuo}$$

Prezzo di acquisto scontato $p_2 = 9 \text{ €/u}$ $d = 10 - 9 = 1 \text{ €/u}$

considero il periodo $\Delta t = \frac{Q'}{R}$ dove Q' è la quantità di pezzi comprati in sconto

* Nel caso in cui acquisto $Q' > Q_{off}$ al prezzo $p_0 - d$ il costo totale sarà:

$$T_C = \underbrace{(p_0 - d) Q'}_{\text{ACQUISTO}} + \underbrace{\frac{Q'}{2} (p_0 - d) \hat{c}_s \frac{Q'}{D}}_{\text{frangere di anno}} + \underbrace{c_0}_{\text{1 solo ordine}} + \underbrace{\frac{Q'}{2} p_0 \hat{c}_s \frac{(Q' - Q_0)}{D}}_{\text{RIORDINO}}$$

$$= (p_0 - d) Q' + \underbrace{(p_0 - d) \frac{\hat{c}_s (Q')^2}{2 D}}_{\text{MAGAZZINO}} + c_0$$

Δt in frazioni di anno

* Nel caso in cui acquisto solo Q_0 in sconto il costo totale sarà:

$$T_C = \underbrace{(p_0 - d) Q_0}_{\text{ACQUISTO}} + p_0 (Q' - Q_0) + \underbrace{\frac{Q_0}{2} (p_0 - d) \hat{c}_s \frac{Q_0}{D}}_{\text{MAGAZZINO}} + \frac{Q_0}{2} p_0 \hat{c}_s \frac{(Q' - Q_0)}{D} + \underbrace{c_0 \frac{Q'}{Q_0}}_{\text{RIORDINO}}$$

* definisco $g(Q') = T_C - T_C'$ il risparmio e cerco il $\max\{g(Q')\}$ dopo!

$$g(Q') = d Q' - d Q_0 - \frac{d \hat{c}_s Q_0^2}{2 D} + \frac{2 c_0 Q'}{Q_0} - \frac{(p_0 - d) \hat{c}_s (Q')^2}{2 D} - c_0 = \frac{c_0 (p_0 - d)}{p_0} \left[\frac{Q' - Q_0}{Q_0} \right]^2$$

$$\frac{\partial g(Q')}{\partial Q'} = d + \frac{2 c_0}{Q_0} - \frac{(p_0 - d) \hat{c}_s}{D} Q' = 0 \quad \text{allora}$$

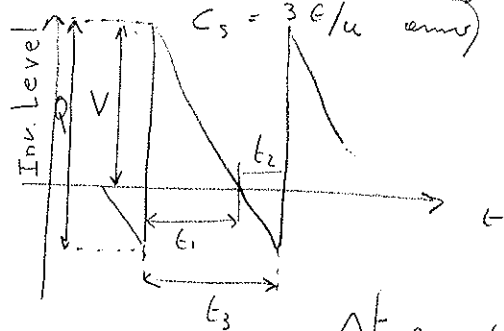
$$Q'_{off} = \frac{d D}{(p_0 - d) \hat{c}_s} + \frac{p_0 Q_{off}}{(p_0 - d)}$$

$$Q'_{off} = \frac{1 \cdot 8000}{(10 - 1) \cdot 0,3} + \frac{10 \cdot 400}{(10 - 1)} = 3407 \text{ unità}$$

$$g(3407) = \frac{30 \cdot (10 - 1)}{10} \left[\frac{3407}{400} - 1 \right]^2 = 1525,85 \text{ €}$$

• Esercizio 5 (backordering):

si ammettono scorte negative (sottoscrutte) $p = 10 \text{ €/u}$ $C_0 = 30 \text{ €/ordine}$
 con $K = 1 \text{ €/unità \times anno}$ costo di sottoscrizione $D = 8000 \text{ u/anno}$ $\hat{C}_s = 0.3 \text{ €/€ (magazzino)}$
 $C_s = 3 \text{ €/u anno}$



$\Delta t_1 = \frac{V}{D} \rightarrow$ livello inventario positivo

$\Delta t_2 = \frac{Q-V}{D} \rightarrow$ " " negativo

$\Delta t_3 = Q/D$

cerco Q_{ott} :
 costo di magazzino periodo Δt_1
 costo di " periodo Δt_2

$$\frac{V}{2} C_s \Delta t_1 = \frac{V^2}{2D} C_s$$

$$\frac{Q-V}{2} K \Delta t_2 = \frac{(Q-V)^2}{2D} K$$

Δt non
 frequenzia di
 anno

• minimizzo il costo totale nel periodo Δt_3

$$\tilde{T}_c = \underbrace{QP}_{\text{ACQUISTO}} + \underbrace{C_0}_{\text{RIORDINO}} + \underbrace{C_s \frac{V^2}{2D} + K \frac{(Q-V)^2}{2D}}_{\text{MAGAZZINO}}$$

• a anno D/Q periodi Δt_3 in un anno da cui $T_c = D/Q \cdot \tilde{T}_c$

$$T_c = Dp + C_0 \frac{D}{Q} + C_s \frac{V^2}{2Q} + K \frac{(Q-V)^2}{2Q}$$

• cerco il min(T_c)

$$\frac{\partial T_c}{\partial Q} = 0 \Rightarrow$$

$$Q_{ott} = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_s}} \cdot \sqrt{\frac{C_s + K}{K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000 (3+1)}{3 \cdot 1}} = 800 \text{ u}$$

$$\frac{\partial T_c}{\partial V} = 0 \Rightarrow$$

$$V_{ott} = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_s}} \cdot \sqrt{\frac{K}{C_s + K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000 \cdot 1}{3 \cdot (3+1)}} = 200 \text{ u}$$

• punto di riordino

L = lead time (giorni)

N = giorni/anno

$$B = \frac{DL}{N} - (Q-V)$$

C_s : costo di magazzino
 per unità per anno

↳ Esercizio 6 (Aumento di prezzo previsto)

per $t < t_1$ prezzo p
 per $t > t_1$ prezzo $p+k$ $\Rightarrow Q_{off} = \sqrt{\frac{2C_o D}{p \hat{C}_s}}$ prima dell'aumento
 $\Rightarrow Q_{off}^* = \sqrt{\frac{2C_o D}{(p+k) \hat{C}_s}}$ dopo l'aumento

Si cerca Q' da ordinare a $t' < t_1$ dove a $t=t'$ il livello inventariale sia q
 l'acquisto successivo verrà a $t=t_3$ dopo $\Delta t = \frac{Q' + q}{D} = [t'; t_3]$

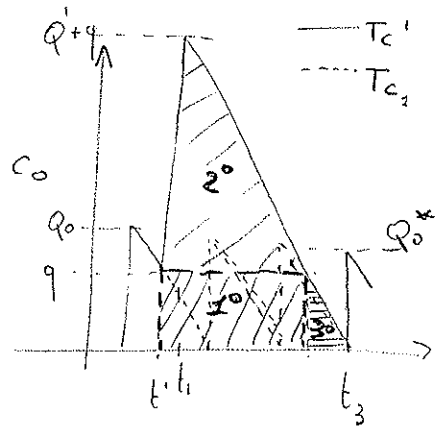
* Si devono minimizzare i costi nel periodo $[t'; t_3]$

* Se effettuiamo un ordine Q' a $t' < t_3$

$$T_{C1} = pQ' + \underbrace{q p \hat{C}_s \frac{Q'}{D}}_{1^\circ} + \underbrace{\frac{Q'}{2} p \hat{C}_s \frac{Q'}{D}}_{2^\circ} + \underbrace{\frac{q}{2} p \hat{C}_s \frac{q}{D}}_{3^\circ} + c_o$$

MAGAZZINO

$$= pQ' + \frac{p \hat{C}_s q Q'}{D} + \frac{p \hat{C}_s (Q')^2}{2D} + \frac{p \hat{C}_s q^2}{2D} + c_o$$



* Se non effettuiamo l'ordine Q'

$$T_{C2} = (p+k)Q' + \underbrace{\frac{q}{2} p \hat{C}_s \frac{q}{D}}_{\text{finisce i vecchi}} + \underbrace{\frac{Q_0^*}{2} (p+k) \hat{C}_s \frac{Q'}{D}}_{\text{i nuovi}} + c_o \frac{Q'}{Q_0^*}$$

nel periodo
in uso
sempre Q'

costo minimo $Q_{off}^* = \sqrt{\frac{2C_o D}{(p+k) \hat{C}_s}}$ MAGAZZINO

$$T_{C2} = (p+k)Q' + Q' \sqrt{\frac{2C_o \hat{C}_s (p+k)}{D}} + \frac{p \hat{C}_s q^2}{2D}$$

* scriviamo $g(Q') = T_{C2} - T_{C1}$ e lo minimizziamo

$$g(Q') = Q' \left[k + \sqrt{\frac{2C_o \hat{C}_s (p+k)}{D}} - \frac{p \hat{C}_s q}{D} \right] - \frac{p \hat{C}_s Q'^2}{2D} - c_o$$

$$\frac{\partial g(Q')}{\partial Q'} = k + \sqrt{\frac{2C_o \hat{C}_s (p+k)}{D}} - \frac{p \hat{C}_s q}{D} - \frac{p \hat{C}_s Q'}{D} = 0$$

$$Q'_{off} = Q_{off}^* + \frac{k (\hat{C}_s Q_{off}^* + D)}{p \hat{C}_s} - q = 381,4 + \frac{1 \cdot (0,3 \cdot 381,4 + 8000)}{10 \cdot 0,3} - 346$$

$$Q'_{off} = \sqrt{\frac{2C_o D}{(p+k) \hat{C}_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000}{(20+1) \cdot 0,3}} = 381,4 \text{ u}$$

$$g_0 = c_o \left[\frac{p}{p+k} \left(\frac{Q'_{off}}{Q_{off}^*} \right)^2 - 1 \right] = c_o \left[\left(\frac{Q'_{off}}{Q_{off}^*} \right)^2 - 1 \right] = 30 \left[\left(\frac{2740}{400} \right)^2 - 1 \right] = 1377 \text{ €}$$

$$Q_{off} = \sqrt{\frac{2C_o D}{p \hat{C}_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000}{10 \cdot 0,3}} = 400 \text{ u}$$

DATI

$p = 10 \text{ €/u}$
 $D = 8000 \text{ u/yr}$
 $C_o = 30 \text{ €/ord}$
 $\hat{C}_s = 0,3 \text{ €/t}$
 $q = 346 \text{ u}$
 $k = 2 \text{ €/u}$