

MODELLI DETERMINISTICI PER SISTEMI A DOMANDA INDIPENDENTE

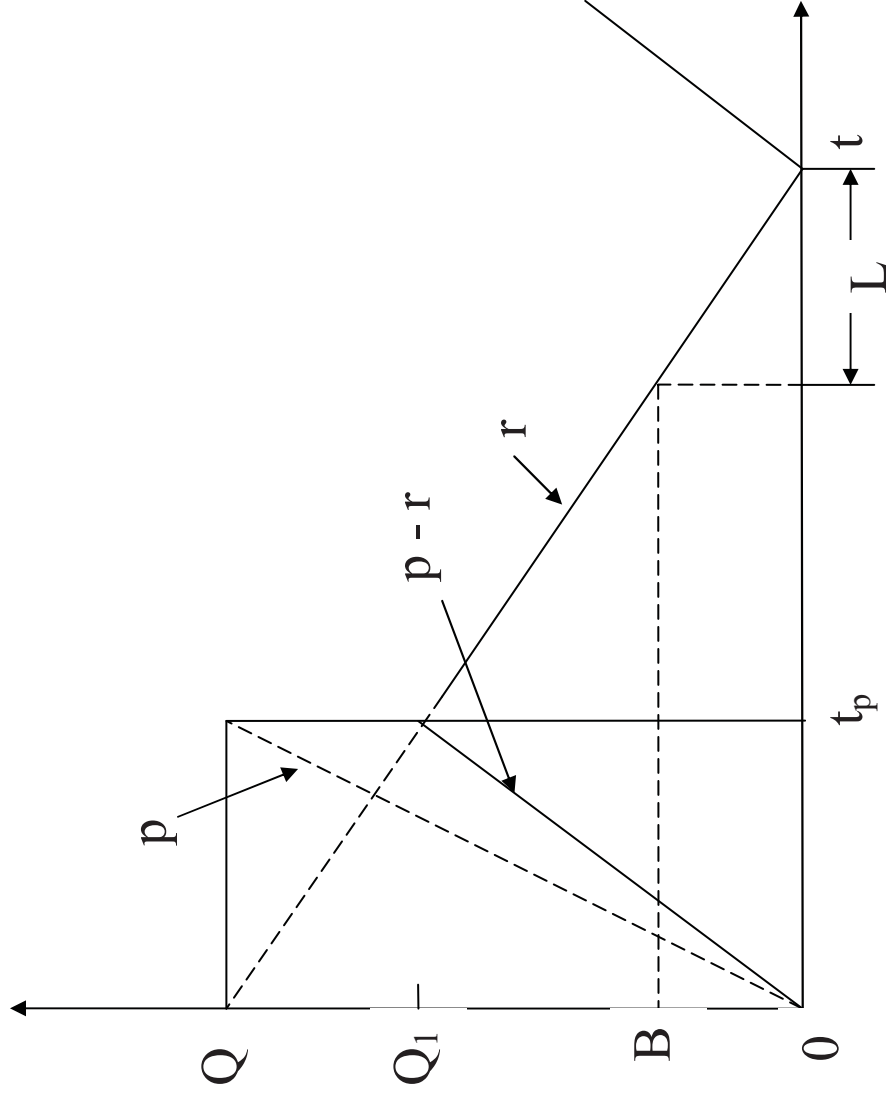
SISTEMI CON PRODUZIONE A LOTTI:

- *Lotto economico di produzione per singolo item,*
- *Backordering,*
- *Decisione di make or buy;*
- *Lotto economico di produzione per più items;*
- *Metodo del Runout Time (ROT)*
- *Metodo del ROT aggregato (AROT),*

ESERCIZIO 1: (Lotto economico di produzione)

Un prodotto è caratterizzato da una domanda annuale di 20000 unità, considerando 250 giorni lavorativi in un anno, un tasso di produzione di 100 unità al giorno con un lead time di 4 giorni, un costo di produzione unitario di 50€, un costo di messa a scorta di 10€/unità per anno e un costo di setup di 20€ per ogni lancio di produzione, determinare:

- Il lotto economico di produzione,
- Il numero di lanci di produzione all'anno,
- Il punto di riordino,
- I costi totali annui.



p = rateo di produzione,

r = rateo di consumo,

$p - r$ = rateo di accumulo
delle scorte,

t_p = periodo di produzione,

t = periodo tra i lanci di
produzione,

Q_1 = livello massimo di
scorta,

B = punto di riordino,

Q = lotto di produzione.

ESERCIZIO 2: (Lotto economico di produzione con backordering)

Con i dati dell'esercizio precedente, considerando la possibilità di andare in rottura di scorta con un costo di backordering di 5€/unità all'anno, calcolare:

- il lotto economico di riordino,
- il punto di riordino.

N.B: solo se i costi annui di rottura di stock possono essere considerati finiti.

ESERCIZIO 3: (Decisione di make or buy)

Un articolo può essere acquistato all'esterno ad un prezzo di 25€/pz oppure può essere prodotto in una quantità di 10000pz/anno ad un costo di produzione unitario di 23€/pz; se acquistato all'esterno il costo unitario d'ordine è di 5€ mentre se prodotto internamente il costo di setup per lancio è di 50€/lancio.

Se la domanda annuale è di 2500 unità e i costi di messa a scorta pari al 10%, scegliere la politica migliore tra make or buy.

ESERCIZIO 4: (Lotto economico di produzione per più items)

Determinare il ciclo di produzione migliore per il gruppo di prodotti nella tabella seguente, considerando 250 giorni lavorativi all'anno.

Qual è il costo totale annuo minimo?

Prodotto	Domanda annuale R_i	Costo di produzione unitario P_i (€/pz)	Tasso di produzione giornaliero p_i (pz/d)	Costo stoccaggio annuale H_i (€/pz anno)	Costo setup per lancio C_i (€/lancio)
1	5000	6	100	1,6	40
2	10000	5	400	1,4	25
3	7000	3	350	0,6	30
4	15000	4	200	1,15	27
5	4000	6	100	1,65	80

Metodo del RunOut Time (ROT)

Metodo per il calcolo della sequenza di produzione di un gruppo (famiglia) di articoli, prodotti con le stesse risorse produttive.

La sequenza è stabilita in base a:

- il periodo di esaurimento delle scorte,
- il livello delle scorte degli articoli della famiglia di prodotti.

$$ROT_i = \frac{\text{Livello attuale delle scorte dell'item } i\text{-simo}}{\text{Domanda prevista per l'item } i \text{ sul periodo}}$$

Si sceglie la sequenza in ordine di ROT_i crescente.

ESERCIZIO 5: (Metodo del RunOut Time ROT)

Dai dati in tabella pianificare la sequenza di produzione di una famiglia di quattro prodotti con il metodo ROT. Si hanno sufficienti risorse se la capacità produttiva prevista per la pianificazione settimanale è di 90 ore?

Articolo	Ore standard per unità	Dimensione lotto di produzione	Domanda prevista (un./sett.)	Posizione a scorta attuale (unità)	Ore previste per lotto (col.2*col.3)
<u>A</u>	0,1	100	35	100	10
<u>B</u>	0,2	150	50	120	30
<u>C</u>	0,3	100	40	130	30
<u>D</u>	0,2	200	60	100	40

Metodo del RunOut Time aggregato (AROT)

Il metodo schedula la produzione di articoli appartenenti ad una stessa famiglia di prodotti per evitare il sottoscorta, aggiustando i lotti di produzione in base al livello di scorta corrente.

$$\begin{array}{ccc} \textit{Scorta in ore/macc.} & + & \textit{Disponibilità totale} \\ \textit{per tutti gli items} & & \textit{durante il periodo} \\ & & \textit{di riferimento} \end{array}$$

$AROT =$

*Ore macchina previste per tutti gli items su
tutto il periodo di programmazione*

ESERCIZIO 6: (Metodo del RunOut Time Aggregato AROT)

Con i dati dell'esercizio quattro valutare come sia possibile riallocare le risorse per evitare l'inefficienza dovuta ad una capacità produttiva inadeguata (110 ore/macc. richieste contro 90 ore/macc. disponibili).

Articolo	Ore standard per unità	Domanda prevista (un./sett.)	Ore macchina previste (col.2*col.3)	Posizione a scorta attuale (unità)	Ore previste (col.2*col.5)
<u>A</u>	0,1	35	3,5	100	10
<u>B</u>	0,2	50	10	120	24
<u>C</u>	0,3	40	12	130	39
<u>D</u>	0,2	60	12	100	20
<i>tot</i>			37,5		93

SISTEMI AD INTERVALLO D'ORDINE FISSO:

- *Intervallo economico di riordino (EOI) per singolo item,*
- *Intervallo economico di riordino (EOI) per items multipli.*

Ipotesi del modello:

- Tasso di prelievo a scorta costante,
- Lead time costante,
- Costi unitari di acquisto, messa a scorta e d'ordine costanti,
- Sottoscorta non permesso,
- Ripristino istantaneo della scorta nell'istante di ricezione delle merci a magazzino.

ESERCIZIO 1: (Intervallo economico di riordino per singolo item)

La Williams Manufacturing Company acquista da mettere a scorta 8000 unità di un prodotto all'anno, ad un costo unitario di 10 €/pz.

Il costo di ordinazione unitario è di 30 €/ordine e il costo di stoccaggio per unità è di 3 €/pz. Considerando un lead time (L) di 10 giorni e 250 giorni lavorativi annui determinare:

- 1. L'intervallo economico di riordino,**
- 2. il livello massimo delle scorte,**
- 3. I costi totali annui.**

ESERCIZIO 2: (Intervallo economico di riordino per items multipli)

Un'azienda ordina un certo numero di prodotti da un unico fornitore secondo le modalità riportate nella tabella seguente. Il costo unitario d'ordine è di 1,5€/ord. e di 0,5€/pz; considerando un costo di stoccaggio pari 20% dei costi totali d'acquisto e un lead time di 1 mese, determinare:

- L'intervallo economica di riordino,
- Il massimo livello di scorta per ciascun prodotto.

Articolo	Domanda annuale	Costo unitario d'acquisto (€/pz)	Costo d'acquisto all'anno (€/anno)
1	150	1	150
2	400	0,5	200
3	125	2	250
4	100	3	300
5	800	0,5	400
6	70	5	350
7	175	2	350

Esercizio 1:

$p = 10 \text{ €/u}$

$c_o = 30 \text{ €/ordine}$

$D = 8'000 \text{ u/anno}$

$\hat{c}_s = ? \text{ €/€ costo mag}$

$c_s = 3 \text{ €/u costo mag}$

$$T_c = pD + \frac{D}{Q} c_o + \frac{Q}{2} \hat{c}_s p$$

$$\frac{\partial T_c}{\partial Q} = \frac{\partial}{\partial Q} \left[pD + \frac{D c_o}{Q} + \frac{\hat{c}_s p}{2} Q \right] = 0 + \frac{D c_o}{Q^2} + \frac{\hat{c}_s p}{2}$$

$$\frac{D c_o}{Q^2} = \frac{\hat{c}_s p}{2} \Rightarrow Q_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2 c_o D}{\hat{c}_s p}} \quad \hat{c}_s = \frac{c_s}{p} = 0,3 \text{ €/€}$$

$$Q_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8'000}{0,3 \cdot 10}} = 400 \text{ unit\`a} \quad n_{\text{opt}} = \frac{D}{Q_{\text{opt}}} = \frac{8'000}{400} = 20 \text{ ord./anno}$$

$$T_{c,\text{opt}} = 10 \cdot 8'000 + 20 \cdot 30 + \frac{400}{2} \cdot 0,3 \cdot 10 = 81'200 \text{ €/anno}$$

lead time = 2 settimane

(se faccio un ordine adesso devo aspettare 2 settimane)

LT = lead time settimane

$D = \text{u/anno}$

$$B = \frac{D \cdot LT}{52} = \frac{8'000 \cdot 2}{52} = 307,7 \approx 308 \text{ pezzi}$$

$B = \text{punti d'ordine (u)}$

Esercizio 2:

(Sconto sulle le unit\`a)

$D = 8'000 \text{ u/anno}$

$c_o = 30 \text{ €/ordine}$

$U_1 = 500 \text{ u}$

$p_0 = 10 \text{ €/u} \quad Q < 500$

$c_s = 30\% \text{ del costo di acquisto: costo mag}$

$p_1 = 9 \text{ €/u} \quad Q \geq 500$

$\hat{c}_s = 0,3 \text{ €/€ costo di mag.}$

cerco $Q_{\text{opt}} = ?$

$$T_c = pD + \frac{D}{Q} c_o + \frac{Q}{2} \hat{c}_s p \quad \text{cerco min } T_c$$

$$Q_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2 c_o D}{\hat{c}_s p}} \rightarrow \begin{cases} Q_{\text{opt}}^0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8'000}{0,3 \cdot 10}} = 400 & Q < 500 \\ Q_{\text{opt}}^1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8'000}{0,3 \cdot 9}} = 422 & Q > 500 \Rightarrow Q_{\text{opt}}^2 \text{ non acc!} \end{cases}$$

$$\min T_c = \min \{ T_c(Q_{\text{opt}}^0); T_c(U_1) \}$$

$$T_c(Q_{\text{opt}}^0) = T_c(400) = p_0 D + \frac{D}{Q_{\text{opt}}^0} c_o + \frac{Q_{\text{opt}}^0}{2} \hat{c}_s p_0 = 10 \cdot 8'000 + \frac{8'000}{400} \cdot 30 + \frac{400}{2} \cdot 0,3 \cdot 10 = 81'200 \text{ €/anno}$$

$$T_c(U_1) = T_c(500) = p_1 D + \frac{D}{U_1} c_o + \frac{U_1}{2} \hat{c}_s p_1 = 9 \cdot 8'000 + \frac{8'000}{500} \cdot 30 + \frac{500}{2} \cdot 0,3 \cdot 9 = 73'155 \text{ €/anno}$$

$$Q_{\text{opt}} = U_1 = 500 \text{ u}$$

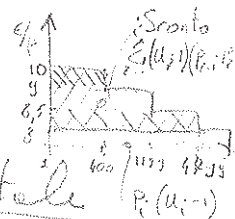
$$P = \begin{cases} P_0 & \text{per la prima } U_1 - 1 \text{ unità} \\ P_1 & \text{" " successiva } U_2 - U_1 \text{ unità} \\ \vdots & \\ P_j & \text{" " ultima } U_j - 1 \text{ unità} \end{cases}$$

$P = \frac{M(Q)}{Q}$ where $M(Q) = M(u_i - 1) + P_i [Q - (u_i - 1)]$
in mode i occurs $\quad = M(u_i - 1) + P_i Q - P_i (u_i - 1)$

$$Q_{dt}^i = \sqrt{2D [C_0 + 17(u_i - 1) - P_i(u_i - 1)]}$$

pony 27c

27c



$$Q'_{OH} = \sqrt{2D \left[C_0 + \sum_{i=1}^n (u_i - 1)(P_{i-1} - P_i) \right]}$$

$$P = \begin{cases} P < 400 & 10 \text{ €/u} \\ 400 \div 1199 & 9 \text{ €/u} \\ 1200 \div 4799 & 8,5 \text{ €/u} \\ p > 4799 & 8 \text{ €/u} \end{cases}$$

$$Q_{off}^0 = \sqrt{\frac{2DC_0}{P\hat{C}_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4800 \cdot 40}{10 \cdot 0.25}} \approx 392$$

$$P_{off}^2 = \sqrt{\frac{2D [C_0 + (u_2 - 1)(P_1 - P_2)]}{P_1 \cdot \hat{C}_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4800 [40 + (400 - 1)(10 \cdot 9)]}{9 \cdot 0,25}} \approx 136 \text{ g} \rightarrow \text{NON ACC}$$

$$Q_{dl}^2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 4800 \cdot [40 + (399) \cdot 1 + (1199) \cdot 0,5]}{8,5 \cdot 0,25}} = 2166 \rightarrow \text{Acc}$$

$$Q_{III}^3 = \sqrt{\frac{2 \cdot 4800 \cdot [40 + 399 \cdot 1 + 119 \cdot 0,5 + 4799 \cdot 0,5]}{8 \cdot 0,85}} = 4062 \rightarrow \text{Nott Acceptable} < 4799 \text{ u}$$

continue Esercizio 3:

ho 2 soluzioni Accettabili calcoli $Q_{off}^0 = 392$ e $Q_{off}^1 = 2166$

$$T_C(392) = p_0 D + \frac{D}{Q} c_0 + \frac{Q}{2} \hat{c}_s p_0 = 10 \cdot 4800 + \frac{4800}{392} \cdot 40 + \frac{392}{2} \cdot 0,25 \cdot 10 \approx 48979 \text{ €/an}$$

$$T_C(2166) = \frac{c_0 + H(U_2-1) - P_2(U_2-1)}{Q_2} \cdot D + P_2 D + \frac{\hat{c}_s}{2} [H(U_2-1) + P_2 Q_2 - P_2(U_2-1)]$$

$$= \frac{40 + 398,5}{2166} \cdot 4800 + 8,5 \cdot 4800 + \frac{0,25}{2} [398,5 + 8,5 \cdot 2166] \approx 45527 \text{ €/an}$$

Prezzo scontato

da cui $Q_{off} = 2166$ pezzi

Esercizio 4: (sconto speciale per periodo definito)

$$Q_{off} = \sqrt{\frac{2 c_0 D}{\hat{c}_s p_0}} \quad p_0 = 10 \text{ €/u} \quad c_0 = 30 \text{ €/ordine}$$

$$= 400 \text{ u/ordine} \quad R=D=8000 \text{ u/anno} \quad c_s = 3 \text{ €/u} \quad \hat{c}_s = 0,3 \text{ €/€} \text{ annuo}$$

Prezzo di acquisto scontato $p_s = 9 \text{ €/u}$ $d = 10 - 9 = 1 \text{ €/u}$

considero il periodo $\Delta t = \frac{Q'}{R}$ dove Q' è la quantità di pezzi comprata in sconto

* Nel caso in cui acquisti $Q' > Q_{off}$ al prezzo $p_0 - d$ il costo totale sarà:

$$T_C' = \underbrace{(p_0 - d) Q'}_{\text{ACQUISTO}} + \underbrace{\frac{Q'}{2} (p_0 - d) \hat{c}_s \frac{Q'}{D}}_{\text{MAGAZZINIO}} + \underbrace{c_0}_{\text{RIORDINO}}$$

$$= (p_0 - d) Q' + \frac{(p_0 - d) \hat{c}_s (Q')^2}{2 D} + c_0$$

* Nel caso in cui acquisti solo Q_0 in sconto il costo totale sarà:

$$T_C = \underbrace{(p_0 - d) Q_0 + p_0 (Q' - Q_0)}_{\text{ACQUISTO}} + \underbrace{\frac{Q_0}{2} (p_0 - d) \hat{c}_s \frac{Q_0}{D}}_{\text{MAGAZZINIO}} + \underbrace{\frac{Q_0}{2} p_0 \hat{c}_s \frac{(Q' - Q_0)}{D} + c_0 \frac{Q'}{Q_0}}_{\text{RIORDINO}}$$

* definisco $g(Q') = T_C - T_C'$ il risparmio e cerco il $\max\{g(Q')\}$

$$g(Q') = d Q' - d Q_0 - \frac{d \hat{c}_s Q_0^2}{2 D} + \frac{2 c_0 Q'}{Q_0} - \frac{(p_0 - d) \hat{c}_s (Q')^2}{2 D} - c_0 = \frac{c_0 (p_0 - d)}{p_0} \left[\frac{Q'}{Q_0} - 1 \right]^2$$

$$\frac{\partial g(Q')}{\partial Q'} = d + 2 \frac{c_0}{Q_0} - \frac{(p_0 - d) \hat{c}_s}{D} Q' = 0$$

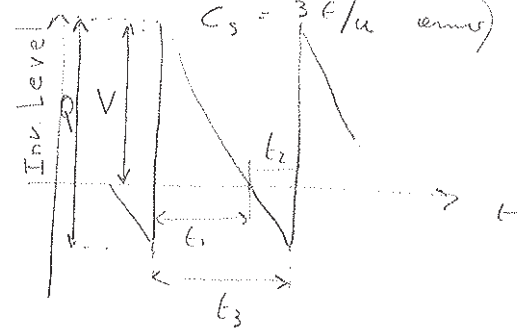
$$Q_{off}^1 = \frac{d D}{(p_0 - d) \hat{c}_s} + \frac{p_0 Q_{off}}{(p_0 - d)}$$

$$Q_{off}^1 = \frac{1 \cdot 8000}{(10 - 1) \cdot 0,3} + \frac{10 \cdot 400}{(10 - 1)} = 3407 \text{ unite}$$

$$g(3407) = \frac{30 \cdot (10 - 1)}{10} \left[\frac{3407}{400} - 1 \right]^2 = 1525,85 \text{ €}$$

• Esercizio 5 (backordering): $p = 10 \text{ €/u}$ $C_0 = 30 \text{ €/ordine}$

Si ammettono scorte negative (sottoscrutte) $D = 8000 \text{ u/anno}$ $\hat{C}_s = 0.3 \text{ €/€ (magazzino)}$
 con $K = 1 \text{ €/unità \times anno}$ costo di sottoscrizione
 $C_s = 3 \text{ €/u anno}$



$$\Delta t_1 = \frac{V}{D} \rightarrow \text{livello inventariale positivo}$$

$$\Delta t_2 = \frac{Q-V}{D} \rightarrow \text{" " negativo}$$

$$\Delta t_3 = Q/D$$

* cercare Q_{opt} :

- costo di magazzino periodo Δt_1 : $\frac{V}{2} C_s \Delta t_1 = \frac{V^2 C_s}{2D}$
- costo di " periodo Δt_2 : $\frac{Q-V}{2} K \Delta t_2 = \frac{(Q-V)^2}{2D} K$

* minimizzare il costo totale nel periodo Δt_3

$$\tilde{T}_c = \underbrace{QP}_{\text{ACQUISTO}} + \underbrace{C_0}_{\text{RIORDINO}} + \underbrace{C_s \frac{V^2}{2D} + K \frac{(Q-V)^2}{2D}}_{\text{MAGAZZINO}}$$

* ci sono D/Q periodi Δt_3 in un anno da cui $T_c = D/Q \cdot \tilde{T}_c$

$$T_c = Dp + C_0 \frac{D}{Q} + C_s \frac{V^2}{2Q} + K \frac{(Q-V)^2}{2Q}$$

* cercare il $\min(T_c)$ $\frac{\partial T_c}{\partial Q} = 0 \Rightarrow Q_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2CD}{C_s}} \cdot \sqrt{\frac{C_s + K}{K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000(3+1)}{3 \cdot 1}} = 800 \text{ u}$

$$\frac{\partial T_c}{\partial V} = 0 \Rightarrow V_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2CD}{C_s}} \cdot \sqrt{\frac{K}{C_s + K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000 \cdot 1}{3 \cdot (3+1)}} = 200 \text{ u}$$

* punto di riordino

$$B = \frac{DL}{N} - (Q-V)$$

L = lead time (giorni)

N = giorni/anno

C_s : costo di magazzino per unità per anno

• Esercizio 6 (Aumento di prezzi previsto)

per $t < t_1$ prezzo $p \Rightarrow Q_{off} = \sqrt{\frac{2C_o D}{p \hat{C}_s}}$ prima dell'aumento
 per $t > t_1$ prezzo $p+k \Rightarrow Q_{off}^* = \sqrt{\frac{2C_o D}{(p+k) \hat{C}_s}}$ dopo l'aumento

• Si cerca Q' da ordinare a $t' < t_1$ dove a $t=t'$ il livello inventoriale sia q
 l'acquisto successivo sarà a $t=t_3$ dopo $\Delta t = \frac{Q' + q}{D} = [t'; t_3]$

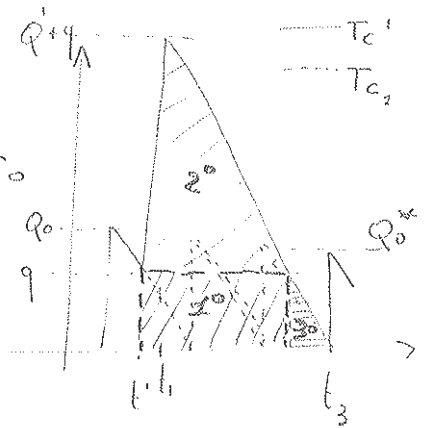
• Si devono minimizzare i costi nel periodo $[t'; t_3]$

• Se effettuiamo un ordine Q' a $t' < t_3$

$$T_{C1} = pQ' + \underbrace{q p \hat{C}_s \frac{Q'}{D}}_{1^\circ} + \underbrace{\frac{Q'}{2} p \hat{C}_s \frac{Q'}{D}}_{2^\circ} + \underbrace{\frac{q}{2} p \hat{C}_s \frac{q}{D}}_{3^\circ} + c_o$$

MAGAZZINO

$$= pQ' + \frac{p \hat{C}_s q Q'}{D} + \frac{p \hat{C}_s (Q')^2}{2D} + \frac{p \hat{C}_s q^2}{2D} + c_o$$



• Se non effettuiamo l'ordine Q'

$$T_{C2} = (p+k)Q' + \underbrace{\frac{q}{2} p \hat{C}_s \frac{q}{D}}_{\text{fine del vecchio}} + \underbrace{\frac{Q_0^*}{2} (p+k) \hat{C}_s \frac{Q'}{D}}_{\text{nuovo}}$$

nel periodo $\uparrow$
 ne usi sempre Q'

minimiziamo $Q_{off}^* = \sqrt{\frac{2C_o D}{(p+k) \hat{C}_s}}$

$$T_{C2} = (p+k)Q' + Q' \sqrt{\frac{2C_o \hat{C}_s (p+k)}{D}} + \frac{p \hat{C}_s q^2}{2D}$$

• scriviamo $g(Q') = T_{C2} - T_{C1}$ e lo minimizziamo

$$g(Q') = Q' \left[k + \sqrt{\frac{2C_o \hat{C}_s (p+k)}{D}} - \frac{p \hat{C}_s q}{D} \right] - \frac{p \hat{C}_s Q'^2}{2D} - c_o$$

$$\frac{\partial g(Q')}{\partial Q'} = k + \sqrt{\frac{2C_o \hat{C}_s (p+k)}{D}} - \frac{p \hat{C}_s q}{D} - \frac{p \hat{C}_s Q'}{D} = 0$$

$$Q'_{off} = Q_{off}^* + \frac{k(\hat{C}_s Q_{off}^* + D)}{p \hat{C}_s} - q = 381,4 + \frac{1 \cdot (0,3 \cdot 381,4 + 8000)}{10 \cdot 0,3} - 346$$

$$Q'_{off} = \sqrt{\frac{2C_o D}{(p+k) \hat{C}_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000}{(10+1) \cdot 0,3}} = 381,4 \text{ u}$$

$$= 2740 \text{ unità}$$

$$g_0 = c_o \left[\frac{p}{p+k} \left(\frac{Q'_{off}}{Q_{off}^*} \right)^2 - 1 \right] = c_o \left[\left(\frac{Q'_{off}}{Q_{off}^*} \right)^2 - 1 \right] = 30 \left[\left(\frac{2740}{400} \right)^2 - 1 \right] = 1379 \text{ €}$$

$$Q_{off} = \sqrt{\frac{2C_o D}{p \hat{C}_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 8000}{10 \cdot 0,3}} = 400 \text{ u}$$

[DATI]

$p = 10 \text{ €/u}$
 $D = 8000 \text{ u/anno}$
 $c_o = 30 \text{ €/ord}$
 $\hat{C}_s = 0,3 \text{ €/t}$
 $q = 346 \text{ u}$
 $k = 1 \text{ €/u}$